МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского»

Физический факультет

Кафедра информационных технологий в физических исследованиях

**Исследование устойчивости к шуму алгоритма обращения свёртки с аппаратной функцией методом регуляризации Тихонова в спектральной области**

**Отчет по технологической**

**(учебной) практике**

студента группы 05194-1

3 курса бакалавриата

Фальтиной Е.Е.

Основная образовательная программа

подготовки по направлению

09.03.02 «Информационные системы

и технологии» (направленность

«Информационные системы и технологии

в физических исследованиях»)

**Руководитель:**

ассистент кафедры ИТФИ

Гринь И.В.

Нижний Новгород

2022

**Цель работы:**

Исследовать устойчивость к шуму алгоритма обращения свёртки с аппаратной функцией вида методом регуляризации Тихонова в спектральной области.

**Теоретическая часть:**

В данной задаче входной сигнал представляет собой сумму трёх гауссовых куполов и определяется по следующей формуле:

(1)

где – амплитуда *n*-го купола, – математическое ожидание, – среднеквадратичное отклонение.

Импульсная характеристика представляет собой гауссов купол, симметрично расположенный на концах импульсной последовательности. Формула вычисления имеет вид:

(2)

амплитуда выбрана единичная.

В качестве заключительного шага подготовки к основной задаче необходимо с помощью циклической свёртки вычислить выходной сигнал линейной системы с полученной импульсной характеристикой. Для этого следует воспользоваться формулой:

(3)

Теперь к выходному сигналу необходимо добавить шум и осуществить переход из временной области в частотную с помощью быстрого преобразования Фурье (БПФ).

Свёртка обладает таким свойством, что в частотной области переходит по теореме свёртки в простое умножение спектров сигналов:

. (4)

Для обращения свёртки нужно решить уравнение в частотной области относительно искомого входного сигнала:

(5)

Однако такое решение является неустойчивым, так как может быть очень малым (или вообще нулевым), поэтому предлагается ввести некоторую функцию . Такая функция является регуляризирующим оператором, если:

* определена в области ;
* для всех значений и
* для всякого – чётная функция по , принадлежащая
* для всякого при
* при не убывая
* для всякого
* для всякого при

Тогда решение (5) перепишется следующим образом:

(6)

где – параметр регуляризации, а – заданная неотрицательная чётная функция, кусочно-непрерывная на любом конечном отрезке оси частот, причём

1. при
2. при достаточно больших .

Функцию можно выбрать в виде:

(7)

где *r* – произвольное положительное число. В задаче будем полагать, что *r* = 1.

После выбора значение параметра регуляризации можно находить по невязке. Если уклонение правой части оценивать в метрике *L2*, то квадрат расстояния между функциями и (невязка) будет вычисляться по формуле

(8)

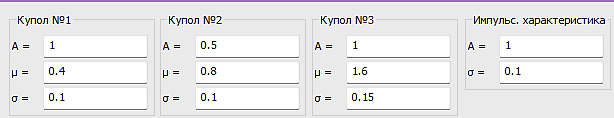
– невязка – это монотонно возрастающая функция переменного , изменяющаяся от 0 до . Следовательно, можно находить число из условия где – погрешность.

**Практическая часть:**

Алгоритм исследования:

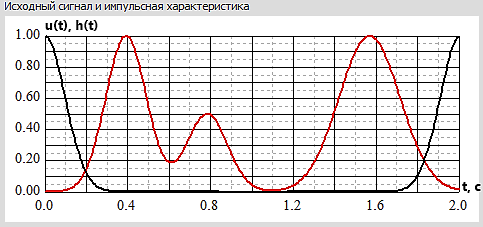
1. Сгенерировать входной сигнал и импульсную характеристику по формулам (1) и (2) соответственно.
2. Вычислить с помощью циклической свёртки выходной сигнал (3) и наложить белый гауссов шум.
3. Перейти из временной области в частотную.
4. С помощью алгоритма обращения свёртки методом регуляризации Тихонова восстановить входной сигнал (6).
5. Вывести график зависимости невязки (отклонения между входным и восстановленным сигналами) от уровня шума.

Входные данные задачи представлены на Рисунке 1. Особенностью БПФ является необходимость задавать количество отсчётов сигнала как степень двойки *N* = 2*p*, поэтому было выбрано *N* = 256. Частота дискретизации *fd* = 125.

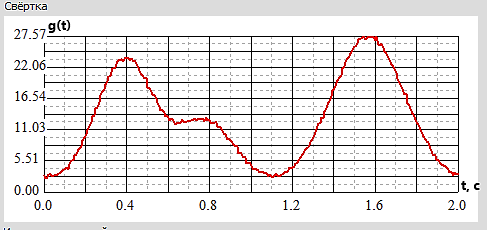


*Рисунок 1. Входные параметры сигнала и импульсной характеристики*

По приведённым выше входным данным были получены исходный сигнал и импульсная характеристика (Рисунок 2), а также выходной сигнал с уровнем шума 1% (Рисунок 3).



*Рисунок 2. Вид исходного сигнала u(t) и импульсной характеристики h(t)*



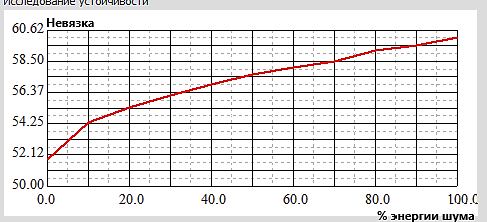
*Рисунок 3. Вид выходного сигнала g(t)*

После перехода в частотную область и применения алгоритма обращения свёртки методом регуляризации Тихонова был получен восстановленный сигнал (Рисунок 4). Определённый по невязке параметр регуляризации получился равным 0.4.



*Рисунок 4. Вид восстановленного сигнала u\*(t)*

Для исследования устойчивости к шуму алгоритма обращения свёртки был построен график зависимости невязки от уровня шума (Рисунок 5). В качестве невязки между исходным и восстановленным сигналами использовалась среднеквадратичная ошибка, нормированная на один отсчёт, которая вычисляется следующим образом:



*Рисунок 4. Зависимость среднеквадратичного отклонения от уровня шума (в %)*

По графику зависимости можно увидеть, что чем больше уровень шума, тем больше среднеквадратичная ошибка между двумя сигналами.

**Вывод:**

В данной работе был изучен алгоритм обращения свёртки с аппаратной функцией вида методом регуляризации Тихонова в спектральной области и исследована устойчивость этого алгоритма к шуму. Исследование показало, что при увеличении уровня шума ухудшается восстановление входного сигнала.

**Литература:**

1. Марпл С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения. Москва: Мир, 1990. – 265 с.
2. Фидельман В.Р. Информационные технологии: Курс лекций. 2021-2022 год.